

ANALÝZA PRIAMEHO ODPOROVÉHO OHREVVU PEVNEJ VSÁDZKY PRI RÔZNYCH PODMIENKACH JEDNOZNAČNOSTI

(THE ANALYSIS OF SOLID CHARGE DIRECT RESISTANCE HEATING AT DIFFERENT CONDITIONS OF UNICITY)

Pavel NOVÁK, Jozef JANOŠČÍK

Katedra elektroenergetiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita v Košiciach,
Mäsiarska 74, 041 20 Košice, Slovenská republika, 055/6023565,
E-mail: Pavol.Novak@tuke.sk, janoscik_jozef@vse.sk

SUMMARY

The place of generation of technologic heat is important applied criteria for classification of electric heating. According to that, the direct heating is if the heat is generated directly in the heated material, or the indirect heating if material is heated indirectly by the heat generated in conversion element. Possibilities of practical application of both methods are typical for resistant heating. Considering indirect heating, the charge is out of influence of electromagnetic field, this directly does not influence its temperature field. Temperature distribution in the charge volume depends only on its heat-physical properties and conditions of heat exchange on surface, i.e. thermo kinetic processes. Fourier's equation is applied in field solution. Considering direct heating, temperature distribution in the charge volume is more complicated. It is conditioned by interaction of temperature and electromagnetic field, which is generated by the current flowing in the charge. Solution of temperature field in directly heated charge must for that reason respect current density distribution on its cross-section, this leads to applying of heat conduction equation. We introduce its application for different types of temperature fields in the solid charge in this article.

Keywords: Direct Resistance Heating, Conductive Charge, Electro-contact Heating, Temperature and Electromagnetic fields

1. ÚVOD

Analýza teplotných polí v akomkoľvek prostredí sa všeobecne považuje za náročnú matematicko – fyzikálnu úlohu. Zložitosť riešenia je podmienená niekoľkými okolnosťami, počínajúc nelinearitou tepelne – fyzikálnych vlastností prostredia (ohrievanej vsádzky) a končiac definovaním podmienok jednoznačnosti riešenej úlohy, vrátane hraničných podmienok. Mnohé faktory ktoré ich ovplyvňujú, robí správny výber podmienok často problémovým.

Z tepelných technológií, v ktorých rozloženie teploty v objeme vsádzky treba zvlášť poznať, sú to predovšetkým rôzne procesy tepelného spracovania. Predmetná požiadavka súvisí nielen s úrovňou kvality realizovaného procesu (kvality výrobku), ale aj s množstvom užitočne spotrebovanej energie pri tepelnom spracovaní. Ak sa tieto procesy realizujú na báze elektrickej energie, vzhľadom na jej hodnotu aspekt spotreby je o to aktuálnejší.

Aj pri širokom výbere fyzikálnych metód elektrických ohrevov, v oblasti klasických elektrotepelných technológií je trvale aktuálny priamy odporový ohrev pre spracovanie pevnej vsádzky. Používa sa najmä v dvoch smeroch. Pri výrobe grafitu a karbidu kremíka (SiC) v tzv. Achesonových peciach, alebo v širšom spektre pre ohrev oceľových polotovarov za účelom kalenia, kovania, ohýbania, resp. pre mäkké žíhanie Cu – pásov, drôtov a pod. Zaužívaný názov pre tieto technológie je elektrokontaktný ohrev.

Fyzikálny princíp akéhokoľvek priameho odporového ohrevu je v známom Jouleovom zákone. Ak prostredím s konduktivitou γ preteká prúd s hustotou J , potom v objeme prostredia V sa generuje tepelný výkon

$$P_g = R I^2 = \frac{1}{\gamma} \cdot V \cdot J^2 \quad [\text{W}] \quad (1)$$

Tomu zodpovedá výkon v jednotke objemu, t.j. merný výkon elektrického zdroja

$$q_e = \frac{P_g}{V} = \frac{1}{\gamma} \cdot J^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2)$$

Jeho prítomnosť v priamo ohrievanej vsádzke komplikuje tvorbu matematického modelu teplotného poľa, najmä v prípade, ak je v objeme vsádzky nerovnomerne rozložený. Sú to napr. elektrokontaktné ohrievačky so striedavým zdrojom prúdu. Prevádzkové prúdy rádovo v kA generujú vo vsádzke relatívne silné elektromagnetické polia, s následným uplatnením povrchových javov. Nerovnomerné rozloženie hustoty prúdu na priereze vsádzky prirodzene spôsobuje aj nerovnomerné rozloženie merného výkonu v jej objeme.

V nadväznosti na príspevok [1], v tomto článku prezentujeme teplotné polia v priamo ohrievanej pevnej vsádzke a matematické modely jej ohrevu v širšom zmysle slova. K tomu využívame všeobecný tvar rovnice vedenia tepla. Teplotné

charakteristiky konkrétneho ohrevu valcovej vsádzky boli získané metódou konečných diferencií.

2. TEPLOTNÉ POLIA VO VSÁDZKE S VNÚTOTNÝM ZDROJOM A ICH MATEMATICKÉ MODELY

Cieľom každej analýzy teplotného poľa je v podstate vyjadriť tepelný stav prostredia prostredníctvom teplotnej funkcie $\mathcal{G} = \mathcal{G}(x, y, z, t)$. Charakter prostredia (pevnej vsádzky) určuje jeho tepelná vodivosť a tepelná difuzivita

$$a_g = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (3)$$

v ktorej

λ je koeficient tepelnej vodivosti [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

ρ je objemová hmotnosť prostredia [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

c je hmotnostná tepelná kapacita [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

Ako sme už naznačili, ak v prostredí pôsobí vnútorný zdroj, úlohám tohto druhu všeobecne vyhovuje rovnica vedenia tepla (Fourierova rovnica s vnútorným zdrojom). Pre 3D kartézsky systém, s merným výkonom zdroja q_e v prostredí, má tvar [2]:

$$\nabla^2 \mathcal{G} - \frac{1}{a_g} \cdot \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \cdot q_e(x, y, z) = 0 \quad (4)$$

Konkretizácia matematického modelu teplotného poľa podľa rovnice (4), závisí od podmienok jednoznačnosti úlohy, premietnutých do aplikačných možností priameho odporového ohrevu pevnej vsádzky. Sú to:

* intenzita výmeny tepla na hranici vsádzka – okolie

** charakter elektromagnetického poľa vo vsádzke (typ zdroja elektrickej energie).

Z ich rešpektovaním vytvoríme zodpovedajúce matematické modely. Úlohu aplikujeme na ohrev vsádzky v tvare valca o polomere R_V , dĺžky l , pričom $l \gg R_V$, čím pole redukuje na jednorozmerné. Úlohu tiež zjednodušíme na lineárnu, t.j. elektrické a tepelno – fyzikálne vlastnosti vsádzky nebudú závisieť od teploty ($\gamma, \lambda, c = \text{konšt.}$)

Počiatočná podmienka úlohy nech je: v čase $t = 0$ je $\mathcal{G}(t) = \mathcal{G}(0) = \mathcal{G}_0$, čo je teplota okolia.

2.1. Ohrev dokonale izolovanej vsádzky s jednosmerným zdrojom energie

Vsádzka vo význame termodynamickéj sústavy je dokonale izolovaná, výmena tepla na hranici povrch – okolie sa neuskutočňuje (súčiniteľ prestupu tepla $\alpha_c = 0$). Generované teplo vnútorným zdrojom sa celé spotrebuje na zvýšenie entalpie vsádzky. Ohrev je bezstratový (hustota tepelného toku do okolia $q_{t,s} = 0$). V praxi sa hodnotí ako izotermický ohrev, napr. ohrev v Achesonových peciach.

Pri jednosmernom zdroji hustota prúdu na priereze vsádzky sa nemení ($J(r) = J = \text{konšt.}$), merný elektrický výkon je v celom objeme rovnomerne rozložený, t.j. $q_e(r, \omega, z) = q_e = \text{konšt.}$

S ohľadom na uvedenú charakteristiku, teplotná funkcia $\mathcal{G} = \mathcal{G}(r, \varphi, z, t)$ sa redukuje na jednoduchšiu $\mathcal{G} = \mathcal{G}(t)$, t.j. v rovnici vedenia tepla (4) bude $\nabla^2 \mathcal{G} = 0$. Aktuálna rovnica izotermického ohrevu bude

$$\frac{\partial \mathcal{G}(t)}{\partial t} = \frac{a_g}{\lambda} \cdot q_e = \frac{1}{\rho \cdot c} \cdot q_e \quad (5)$$

Je matematickým modelom teplotného poľa v dokonale izolovanej vsádzke, ohrievanej jednosmerným zdrojom energie. Pri skôr zvolenej počiatočnej podmienke, získame riešením (5) teplotnú charakteristiku ohrevu v tvare

$$\mathcal{G}(t) = \mathcal{G}_0 + \frac{q_e}{\rho \cdot c} \cdot t \quad (6)$$

Je to rovnica priamky, ktorej smernica má fyzikálny význam rýchlosti ohrevu. Rovnaký výsledok ako (6) sa dá získať z energetickej bilancie izotermického ohrevu valcovej vsádzky [3,4].

S ohľadom na výhody vyjadrovania rovníc matematickej fyziky pre teplotné polia v kriteriálnom (bezrozmerovom) tvare, v rovnici (5) nahradíme absolútny čas t [s] pomerným, t.j. Fourierovým kritériom

$$Fo = \frac{a_g t}{R_V^2} \quad [-] \quad (7)$$

kde R_V je polomer valcovej vsádzky.

Získame tak matematický model teplotného poľa s univerzálnou platnosťou pre všetky ostatné polia, fyzikálne podobné aktuálnemu, t.j.

$$\frac{\partial \Theta(Fo)}{\partial Fo} = 1 \quad (8)$$

kde $\Theta(Fo)$ je pomerná (bezrozmerová) teplota. Riešením (8) je znova univerzálna teplotná charakteristika fyzikálne podobných izotermických ohrevov.

$$\Theta(Fo) = \frac{\mathcal{G}(t) - \mathcal{G}_0}{q_e \cdot R_V^2} \cdot \lambda = Fo \quad (9)$$

Vyjadruje pole pomerných teplotných rozdielov, číselne rovné veľkosti Fourierovho kritéria.

2.2. Ohrev nedokonale izolovanej vsádzky s jednosmerným zdrojom energie

Vsádzka nie je izolovaná, časť generovaného tepla sa spotrebuje na pokrytie tepelných strát z jej povrchu do okolia ($\alpha_c > 0$; $q_{t,s} > 0$). Intenzita výmeny tepla na hranici s okolím závisí od

hraničných podmienok, menovite od Fourierovej, t.j. v bezrozmerovom vyjadrení od Biotovho kritéria

$$Bi = \frac{\alpha_c \cdot R_V}{\lambda} \quad [-] \quad (10)$$

Ohrev vsádzky je neizotermický, uplatňuje sa pri bežných technológiách elektrokotaktného ohrevu [4]. Elektrické parametre predmetného ohrevu sú rovnaké ako v odseku 2.1 ($J = \text{konšt.}$, $q_e = \text{konšt.}$)

Ochladzovanie povrchu vsádzky spôsobuje nerovnomerné rozloženie teploty na priereze valcovej vsádzky, teplota je funkciou polomeru $\mathcal{G} = \mathcal{G}(r) \neq \text{konšt.}$, preto aj v rovnici (4) je $\nabla^2 \mathcal{G} \neq 0$. Stupeň nerovnomernosti ohrevu závisí od veľkosti Biotovho čísla.

Pre tento typ ohrevu vyhovuje rovnica vedenia tepla (4) v plnom rozsahu, ktorú s ohľadom na valcovú vsádzku a jednorozmerné teplotné pole vyjadríme v tvare

$$\frac{\partial \mathcal{G}(r, t)}{\partial t} = a_g \left[\frac{\partial^2 \mathcal{G}(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \mathcal{G}(r, t)}{\partial r} + \frac{q_e}{\lambda} \right] \quad (11)$$

Ak v rovnici (11) znova uplatníme Fourierovo kritérium (7) a zároveň zavedieme pomerný polomer $\xi = r/R_V$ získame jej kritériálny tvar [1]

$$\frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi} + 1 \quad (12)$$

v ktorom Θ je znova pomerná teplota definovaná ako komplex podobnosti

$$\Theta(\xi, Fo) = \frac{\mathcal{G}(r, t) - \mathcal{G}_0}{q_e \cdot R_V^2} \cdot \lambda \quad (13)$$

Pomerná teplota sa dá definovať aj simplexom podobnosti, napr.

$$\Theta^*(\xi, Fo) = \frac{\mathcal{G}(r, t) - \mathcal{G}_0}{\Delta \mathcal{G}_R} \quad (14)$$

v ktorom $\Delta \mathcal{G}_R = \mathcal{G}_{os} - \mathcal{G}_R$ je referenčný teplotný rozdiel na polomere vsádzky R_V . Potom kritériálna rovnica vedenia tepla (12) má tiež tvar

$$\frac{\partial \Theta^*(\xi, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta^*(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial \Theta^*(\xi, Fo)}{\partial \xi} + P_o \quad (15)$$

v ktorej P_o je Pomerancevove kritérium [5]

$$P_o = \frac{q_e \cdot R_V^2}{\lambda \cdot \Delta \mathcal{G}_R} \quad (16)$$

Rovnice (11) resp. (12) a (15) predstavujú matematické modely neizotermického ohrevu valcovej vsádzky buď v absolútnom alebo bezrozmerovom vyjadrení.

2.3. Ohrev valcovej vsádzky so striedavým zdrojom energie

V elektrokotaktných technológiách je to najčastejší ohrev. Vsádzka je pretekaná striedavým prúdom, rádovo kA, vyvolávajúcím silné elektromagnetické pole. Vo vsádzke sa prejaví intenzívnym skinefektom, teda nerovnomerne rozloženou hustotou prúdu na polomere $\mathbf{J} = \mathbf{J}(r) \neq \text{konšt.}$ V súlade s rovnicou (2) aj merný výkon elektrického zdroja je funkciou polomeru. Túto skutočnosť je treba v rovnici (4) resp. (11) akceptovať.

Vyhľadaniu predmetnej funkcie $\mathbf{J} = \mathbf{J}(r)$ vyhovuje Helmholtzova rovnica [4],

$$\nabla^2 \mathbf{J} + k^2 \mathbf{J} = 0 \quad (17)$$

v ktorej konštanta šírenia elektromagnetickej vlny vo vodivom prostredí k , s hĺbkou vniku a , je

$$k = \sqrt{-j\omega\gamma\mu} = \frac{1-j}{a} \text{ nakoľko } a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}} \quad (18)$$

Riešenie rovnice (17) pre valcový tvar vsádzky vedie k určeniu fázora hustoty prúdu na súradnici r

$$\mathbf{J}_r = \mathbf{J}_R \frac{J_0(k_r)}{J_0(k_R)} = \mathbf{J}_R \cdot \frac{J_0(x\sqrt{-j})}{J_0(x_R\sqrt{-j})} \quad (19)$$

kde \mathbf{J}_R je fázor hustoty prúdu na polomere vsádzky R

$J_0(k_r)$ resp. $J_0(x\sqrt{-j})$ je Besselova funkcia komplexného argumentu [4,6]

$$k_r = \frac{1-j}{a} \cdot r = \sqrt{-j} \cdot x \text{ ak } x = \frac{\sqrt{2}}{a} r \left(x_R = \frac{\sqrt{2}}{a} R_V \right) \quad (20)$$

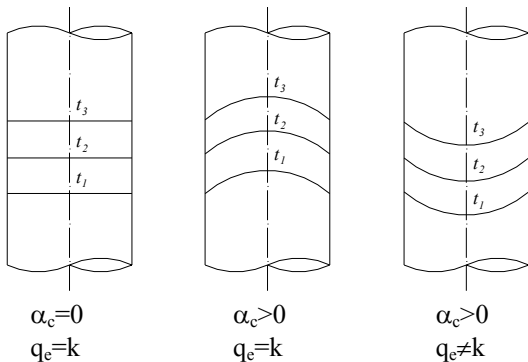
Pri známej hustote prúdu na povrchu vsádzky \mathbf{J}_R , čím je definovaná hraničná podmienka úlohy, je rozloženie merného výkonu zdroja $q_e(r)$ jednoznačne určené, t.j.

$$q_e(r) = \frac{1}{\gamma} |\mathbf{J}_R|^2 = \frac{1}{\gamma} |\mathbf{J}_R|^2 \cdot \frac{J_0^2(x\sqrt{-j})}{J_0^2(x_R\sqrt{-j})} \quad (21)$$

Obe funkcie, vyjadrené riešeniami (19) a (21), sú v smere polomeru vsádzky parabolicky rastúce, so strmou zodpovedajúcou hĺbke vniku elektromagnetickej vlny (18). Znalosť hodnoty $q_e(r)$ na ľubovoľnom polomere r umožňuje riešiť rovnicu (11), teda vypočítať teplotu vsádzky v danom mieste a čase, čo napokon znamená určiť teplotnú charakteristiku aktuálneho ohrevu.

Pretože rovnaké konštatovanie platí aj pre kritériálne rovnice (12) a (15), sú tiež matematickým modelom teplotného poľa vsádzky, ohrievanej striedavým zdrojom energie.

Uvedeným trom možnosťami ohrevu valcovej vsádzky zodpovedajú tri rôzne priebehy rozloženia teploty na jej polomere názorne zobrazené na obr. 1



Obr. 1 Principiálne rozloženie teploty na polomere valcovej vsádzky pri rôznych podmienkach ohrevu

Fig. 1 Principal distribution of temperature in cylinder charge radius by different heating conditions

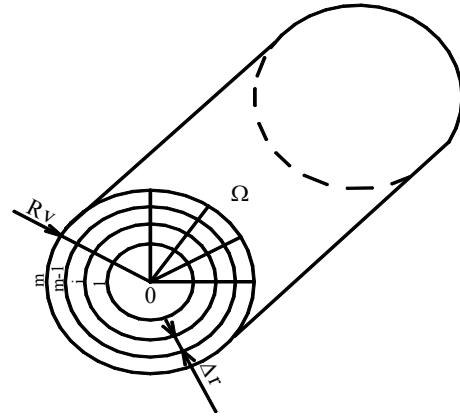
3. RIEŠENIE ROVNICE VEDENIA TEPLA NUMERICKÝMI METÓDAMI

V spomínanom článku [1] sme prezentovali riešenie teplotného poľa priamo ohrievanej vsádzky analytickou metódou separácie premenných. Na tomto mieste uvedieme princíp numerických metód, bližšie popíšeme často používanú metódu konečných diferencií (metódu sietí)

Spoločnou vlastnosťou numerických metód je diskretizácia spojitého premenných, čo pri modelovaní teplotných polí znamená transformovať diferenciálnu rovnicu na diferenčnú, vrátane okrajovej podmienky. Riešenie sa získava výpočtom teploty v konečnom počte diskretných bodov (uzlov) zvolenej diferenčnej siete (metóda konečných diferencií), alebo siete konečných prvkov, buď v celej oblasti (metóda konečných prvkov), alebo len v povrchovej oblasti vyšetřovaného prostredia (metóda okrajových prvkov).

Metóda konečných diferencií je založená na aproximácii diferenciálnej rovnice (v aktuálnom prípade parabolickej rovnice s vnútorným zdrojom) so zadanou okrajovou podmienkou k rovnici diferenčnej, vyjadrenej sústavou algebraických rovníc. Náhrada derivácií v pôvodnej rovnici sa robí v diskretných bodoch, vytvorených uzlami siete, ktorou sa prekrýva vyšetřovaná oblasť Ω . Konečným výsledkom riešenia sústavy algebraických rovníc je teplota vo zvolených uzloch siete.

Ak napr. valcovú vsádzku (obr. 2) rozdelíme na polomere R_V sieťou na úseky Δr s počtom vrstiev m , bude teplota v i -tom uzle ($i = 0, 1, 2, \dots, m-1$) a j -tom čase ($j = 1, 2, \dots, n$) funkciou týchto súradnicových a časových diferencií. Napr. v mieste $r = i \cdot \Delta r$ a čase $t = j \cdot \Delta t$ teplota je $\mathcal{G}_{i,j} = \mathcal{G}(i \cdot \Delta r; j \cdot \Delta t)$.



Obr. 2 Rovnomerná valcová sieť v smere polomery vsádzky

Fig. 2 Uniform cylindrical network along charge radius

Formálnym prepisom diferenciálnej rovnice (11), s použitím rovnice (3) získame zodpovedajúcu diferenčnú

$$\frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta t} = a_g \left(\frac{\Delta^2 \mathcal{G}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\Delta \mathcal{G}}{\Delta r} \right) + \frac{q_e}{\rho \cdot c} \quad (22)$$

pre ktorú súradnicové a časové kroky sú definované pomermi $\Delta r = R_V/m$ a $\Delta t = t_{oh}/n$, v ostatnom t_{oh} je konečná doba ohrevu valca. Využitím Taylorovho radu rovnicu (22) vyjadríme v tvare

$$\frac{\mathcal{G}_{i,j+1} - \mathcal{G}_{i,j}}{\Delta t} = a_g \left(\frac{\mathcal{G}_{i+1,j} - 2\mathcal{G}_{i,j} + \mathcal{G}_{i-1,j}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{\mathcal{G}_{i+1,j} - \mathcal{G}_{i-1,j}}{2\Delta r} \right) + \frac{q_e}{\rho \cdot c} \quad (23)$$

z ktorej dá sa vypočítať neznáma teplota v i -tom uzle a čase $j+1$:

$$\mathcal{G}_{i,j+1} = \mathcal{G}_{i,j} \left(1 - 2a_g \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right) + \mathcal{G}_{i+1,j} \left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{2r_i \cdot \Delta r} \right) \cdot a_g \cdot \Delta t + \mathcal{G}_{i-1,j} \left(\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{2r_i \cdot \Delta r} \right) \cdot a_g \cdot \Delta t + \frac{q_e}{\rho \cdot c} \cdot \Delta t \quad (24)$$

Teplota v i -tom uzle ($i \in \langle 1; m-1 \rangle$) a čase $(j+1) \Delta t$ teda je jednoznačne určená teplotami susedných uzlov $\mathcal{G}_{i+1,j}$; $\mathcal{G}_{i-1,j}$ v predchádzajúcom čase $j \cdot \Delta t$.

Ak pre predmetný ohrev zvolíme reálnu HP 3. druhu (Fourierovu), jej transformáciou na diferenčný tvar získame algebraickú rovnicu

$$\mathcal{G}_{m,j} = \frac{\lambda \cdot \mathcal{G}_{m-1,j} + \alpha_c \Delta r \cdot \mathcal{G}_0}{\lambda + \alpha_c \Delta r} \quad (25)$$

v ktorej $\mathcal{G}_{m,j} = \mathcal{G}_R$ je neznáma povrchová teplota valca.

Dôležitou vlastnosťou sieťového riešenia nestacionárnych teplotných polí je numerická stabilita. Pre stanovenie stability riešenia okrajových

úloh sa používajú znova rôzne metódy [7]. V úlohách riešenia jednorozmerných teplotných polí, čo je prípad ohrevu valcovej vsádzky, podmienkou konvergencie a stability riešenia je jednoduchý vzťah [8]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta r^2}{2 \cdot a_g} \quad (26)$$

Vzťah (26) je približný, nakoľko nerešpektuje zmenu materiálových konštánt s teplotou (ρ, λ, c) [2]. Uvedený postup aplikujeme na konkrétnu valcovú vsádzku so zjednodušením linearizácie úlohy.

4. NIEKOĽKO PRÍKLADOV ANALÝZY TEPLOTNÉHO POĽA ELEKTROKONTAKTNE OHRIEVANEJ VALCOVEJ VSÁDZKY

Základné vstupné parametre vsádzky:

- materiál vsádzky: konštrukčná oceľ
- polomer vsádzky $R_V = 75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- dĺžka vsádzky $l = 5 \text{ m}$
- objemová hmotnosť $\rho = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- hmotnostná tepelná kapacita $c = 716 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- koeficient tepelnej vodivosti $\lambda = 35,9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- koeficient prestupu tepla
 - * pre izotermický ohrev $\alpha = 0$
 - * pre neizotermický ohrev $\alpha = 45 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- počiatočná teplota vsádzky $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$
- konduktivita vsádzky $\gamma = 1,35 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
- doba ohrevu vsádzky $t_{oh} = 6000 \text{ s}$

Dôležité výstupné parametre vsádzky pre jednosmerný zdroj $U_Z = 5 \text{ V}$.

- tepelná difuzivita $a_\theta = 6,428 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
- hmotnosť vsádzky $m = 698,187 \text{ kg}$
- Fourierove kritérium $Fo = 6,8565$
- Biotove kritérium $Bi = 0,094$
- odpor vsádzky $R_{vs} = 209,587 \cdot 10^{-6} \Omega$
- napätie na vsádzke $U_{vs} = 4,95 \text{ V}$
- prúd vsádzkou $I_{vs} = 23,62 \cdot 10^3 \text{ A}$
- merný elektrický výkon zdroja $q_e = 1,313 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$
- generovaný výkon vo vsádzke $P_g = 116,91 \cdot 10^3 \text{ W}$
- straty v prívodoch $\Delta P = 1,18 \cdot 10^3 \text{ W}$

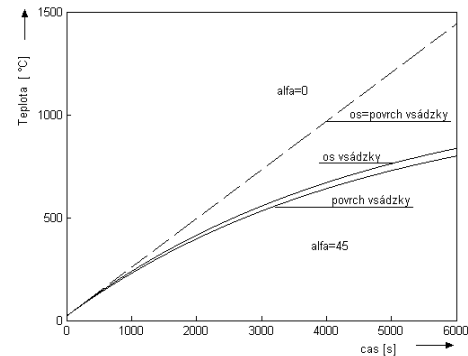
Doplňujúce parametre pre striedavý zdroj $U_Z = 5 \text{ V}$

- relatívna permeabilita vsádzky $\mu_r = 1$
- frekvencia zdroja $f = 50 \text{ Hz}$
- napätie na vsádzke $U_{vs} = 4,95 \text{ V}$
- hĺbka vniku vlnenia $a = 0,0613 \text{ m}$
- odpor vsádzky $R_{vs} = 219,045 \cdot 10^{-6} \Omega$
- indukčnosť vsádzky $L_{vs} = 24,4 \cdot 10^{-6} \text{ H}$
- prúd pretekajúci povrchom vsádzky $I_{vs} = 21,3262 \cdot 10^3 \text{ A}$
- merný výkon na povrchu vsádzky $q_{e,R} = 1,127499 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$

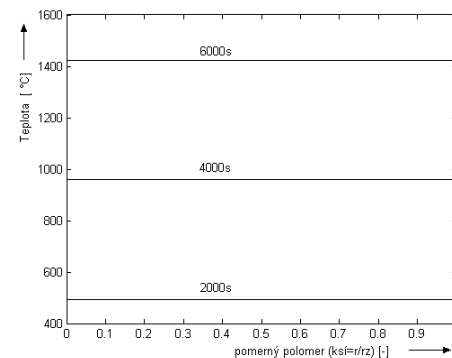
Sériou nasledujúcich obrázkov prezentujeme niektoré vybrané výsledky riešenia, použitím

výpočtového programu OHREV NUM, vypracovaného na pracovisku autorov.

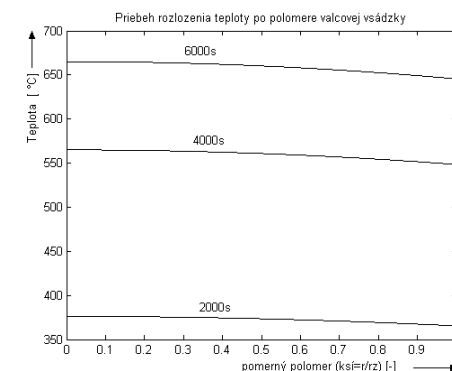
Na obrázkoch 3 až 8 sú znázornené základné charakteristiky ohrevu predmetnej valcovej vsádzky, ohrievanej jednosmerným prúdom (obr. 3 až 5) a striedavým prúdom (obr. 6 až 8). V oboch alternatívach zdroja tiež vyjadrujú rozdiely medzi izotermickým ohrevom ($\alpha = 0$) a ohrevom s tepelnými stratami ($\alpha \neq 0$). Charakter zdroja je definovaný merným výkonom t.j. pri jednosmernom $q_e = \text{konšt.}$ na celom polomere valca, pri striedavom je funkciou polomeru. ($q_e = q_e(r)$)



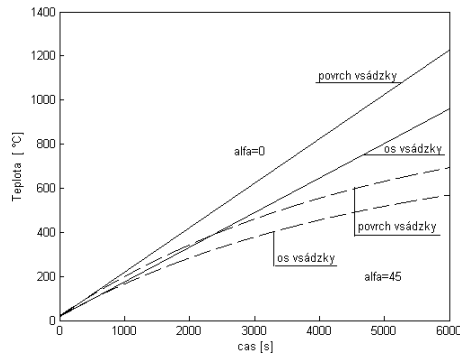
Obr. 3 Otepľovacie charakteristiky valcovej vsádzky pre $\alpha = 0$; $\alpha = 45 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ a $q_e = \text{konšt.}$
Fig. 3 Heating characteristics of cylindrical charge for $\alpha = 0$; $\alpha = 45 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ a $q_e = \text{const.}$



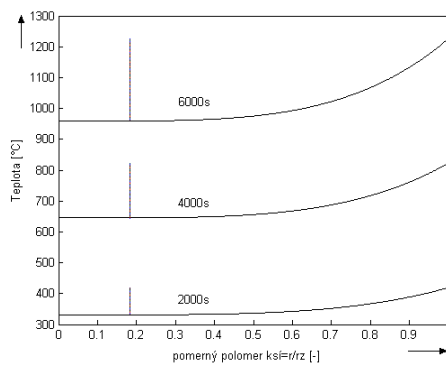
Obr. 4 Izotermický ohrev vsádzky ($\alpha = 0$; $q_e = \text{konšt.}$)
Fig. 4 Isothermal heating of charge for ($\alpha = 0$; $q_e = \text{const.}$)



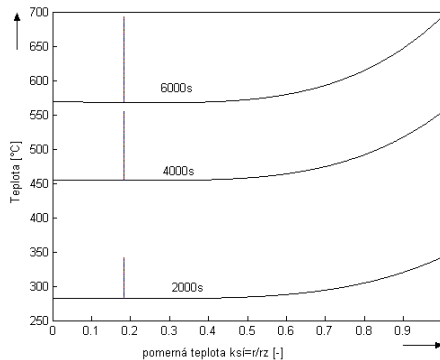
Obr. 5 Ohrev vsádzky s tepelnými stratami ($\alpha = 45 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; $q_e = \text{konšt.}$)
Fig. 5 Heating of charge with thermal losses ($\alpha = 45 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; $q_e = \text{const.}$)



Obr. 6 Otepľovacie charakteristiky valcovej vsádzky pre $\alpha = 0$; $\alpha = 45 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ a $q_e = q_e(r)$
Fig. 6 Heating characteristics of cylindrical charge for $\alpha = 0$; $\alpha = 45 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ a $q_e = q_e(r)$



Obr. 7 Neizotermický ohrev vsádzky ($\alpha = 0$; $q_e = q_e(r)$)
Fig. 7 Non-isothermal heating of charge for ($\alpha = 0$; $q_e = q_e(r)$)



Obr. 8 Ohrev vsádzky s tepelnými stratami ($\alpha = 45 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$; $q_e = q_e(r)$)
Fig. 8 Heating of charge with thermal losses ($\alpha = 45 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$; $q_e = q_e(r)$)

5. ZÁVER

Prezentované výsledky priameho odporového ohrevu konkrétnej vsádzky potvrdzujú teoretické úvahy a závery obsiahnuté v druhej kapitole príspevku. Poukazujú na rozdiely v jednotlivých spôsoboch ohrevu, vyjadrené rôznymi podmienkami jednoznačnosti, t.j. intenzitou výmeny tepla na

hranici vsádzky – okolie a charakterom napájacieho zdroja.

Výsledky korešponujú s podobnými, citovanými v príspevku [1], čo tiež poukazuje na vhodnosť použitých metód, menovite analytickú metódu separácie premenných a rovnako numerickú metódu konečných diferencií.

LITERATÚRA

- [1] NOVÁK, P. JANOŠČÍK, J.: Modelovanie ohrevu vodivej vsádzky metódou separácie premenných. Acta Electronica et Informatica, No. 2, Vol. 3, 2003, pp. 65 – 70. ISSN 1335-8243
- [2] NOVÁK, P.: Elektrické ohrevy, 1. časť Odporový ohrev. Košice. Mercury – Smékal, 2002. ISBN 80-89061-60-5
- [3] NOVÁK, P.: Základy elektrotepelnej techniky (skriptá). Košice. Mercury – Smékal, 2001. ISBN 80-89061-48-6
- [4] HERING, M.: Podstawy elektrotermii: cz. 1. Warszawa. Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, 1992. ISBN 83-204-1566-7
- [5] KUNEŠ, J.: Modelování tepelných procesů. Praha. SNTL, 1989. ISBN 80-03-00134-X
- [6] LANGER, E.: Teorie indukčního a dielektrického tepla. Praha. Academia, 1979
- [7] ZARUBIN, V.S.: Inženeryje metody řešení zadač teploprovodnosti. Moskva. Energoizdat, 1983
- [8] HRADÍLEK, Z. a kol.: Elektrotepelná technika: Simulace – počítačové programy. Ostrava. ES VŠB – TU, 2001. ISBN 80-7078-874-7

BIOGRAPHY

Pavel Novák (Assoc. Prof., Ing., CSc.) born in 1942 in Stará Lubovňa. Graduated from the Faculty of Electrical Engineering of the Slovak Technical University Bratislava, from power engineering branch in 1964. Since 1971 he has been with the Faculty of Electrical Engineering of Technical University in Košice. He received the CSc. (PhD.) degree from the Technical University Košice, in 1977 and there he was also appointed Associate Professor for Power engineering in 1980. He focuses on electroheat technology mainly thermal and electromagnetic field in electrical furnaces.

Jozef Janoščík (Ing.) born in 1977 in Stará Lubovňa. Graduated from the Faculty of Electrical Engineering and Informatics of the Technical University in Košice from power engineering branch in 2001. Since 2001 he stays at Department of Power engineering as internal doctoral student. He is interested in electrocontact heating and mathematical modelling of temperature fields in solid charges.