

VLASTNOSTI DVOJFÁZOVÉHO SYNCHRÓNNEHO MOTORČEKA S PERMANENTNÝMI MAGNETMI NA ROTORE PRI NAPÁJANÍ CEZ TRIAK Z JEDNOFÁZOVEJ SIETE

(BEHAVIOUR OF THE TWO-PHASE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR SUPPLIED BY A TRIACS FROM SINGLE-PHASE VOLTAGE)

*Pavel ZÁSKALICKÝ, **Mária ZÁSKALICKÁ

*Katedra elektrických pohonov a mechatroniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 04200 Košice, Slovenská republika, E-mail: pavel.zaskalicky@tuke.sk

**Katedra aplikovanej matematiky, Strojnícka fakulta, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 04200 Košice, Slovenská republika, E-mail: maria.zaskalicka@tuke.sk

SUMMARY

A synchronous motor with ferrite permanent magnet rotor is a good solution for small pump applications. Strontium-ferrite based permanent magnets are attractive for application in electric machines due to several reasons. Their price is relative low. They are chemically inert, which make them suitable for application in aggressive environments. Strontium-ferrite magnets have high specific electric resistance, so they do not experience thermal problems due to eddy-current losses. On the other side, their low residual flux density imposes the need for special machine construction when high air-gap flux density is needed. It also has some drawbacks. The most important of them seems to be its inability to start directly on the mains. Permanent magnet motor has to be equipped with an electronic circuit for direct starting, which increases motor price. Another drawback is the torque ripple for the non-harmonic supply. This paper shows analytical calculation of the torque ripple of the small permanent magnet motor, which does a triac converter supply. The converter forms a two supply triacs in each phase of motor, connected on one-phase 50Hz mains.

Keywords: permanent magnets, synchronous motor, triacs supply, torque ripple

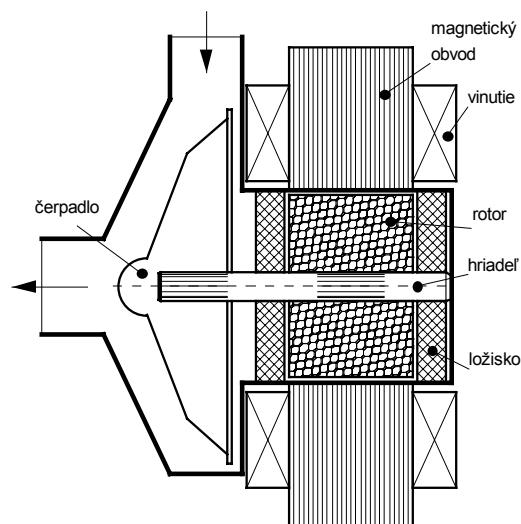
1. ÚVOD

Malé vodné pumpy výkonu do 100 W majú veľké využitie v priemyselných, ale aj nepriemyselných aplikáciách. Príkladom sú chladiace obvody priemyselných zariadení, automobilový priemysel ale aj ústredné kúrenia, práčky alebo umývačky riadu. Ako pohonný motor slúži buď jednofázový asynchrónny motor pracujúci v otvorenej regulačnej slučke napájaný priamo z jednofázovej siete, alebo jednosmerný motor v prípade automobilov.

Obidva prvky, motor aj pumpa sú najčastejšie vyrábané ako samostatné prvky, pracujúce na spoločnom hriadeľi. Nevýhodou je, že časom sa poruší tesnenie pumpy a dochádza k úniku kvapaliny. V prípade, že je motor a pumpa na jednom hriadeľi, unikajúca kvapalina vniká do vzduchovej medzery motora a spôsobuje poruchu motora. Pre takéto prípady porúch sa rotor aj stator obaľuje antikoročnou látkou, ktorá chráni vinutie, ako aj plechy magnetického obvodu. Obalová látka však spôsobuje v motore jednak prídavné straty, ale aj na druhej strane vyžaduje zväčšenie vzduchovej medzery, čo má za následok zhoršenie účinnosti, ako aj samotných parametrov motora.

Únik kvapaliny, ako aj problémy s účinnosťou indukčného motora mali za následok hľadanie inej koncepcie pohonného motora púmp. Takouto sa javí koncepcia, v ktorej je rotor motora súčasťou pumpy a je ponorený v pumpovanej kvapaline. Pri tomto riešení je rotor často ponorený do chemicky agresívneho prostredia. Kľetkový rotor asynchrón-

neho motora v takomto prípade neprichádza do úvahy. Na takéto aplikácie sa veľmi dobre hodia rotory s feritovými permanentnými magnetmi. Stroncium-feritové permanentné magnety sú chemicky inertné a tým použiteľné v aplikáciách s agresívnym prostredím.



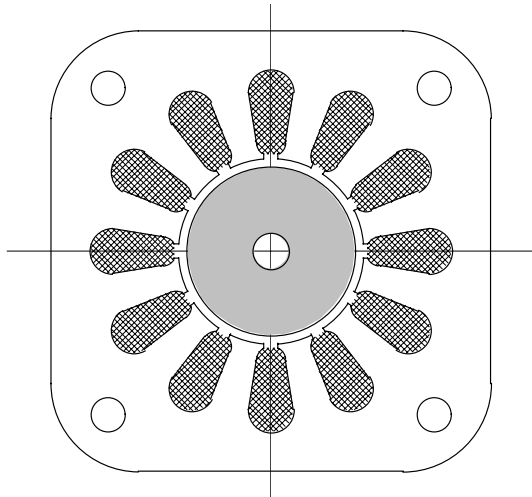
Obr. 1 Motor s vodnou pumpou
Fig. 1 Motor with water pump

Z elektrického hľadiska majú stroncium-feritové magnety veľký špecifický odpor, čo má za následok minimálne straty vírivými prúdmi. Umožňujú konštrukcie strojov s veľkou vzduchovou medzerou, čo je pri konštrukciách s „mokrym rotorom“

žadúce. Na obrázku 1 je znázornená spojenie motora a vodnej pumpy.

2. KONCEPCIA MOTORA

Na obrázku 2 je uvedené konštrukčné usporiadanie dvojfázového synchronného motora s permanentným magnetom na rotore. Stator je tvorený magnetickým obvodom zloženým z magnetických plechov. Po vnútornom obvode je v drážkach uložené koncentrické dvojfázové vinutie. Rotor je tvorený permanentným magnetom, ktorý je magnetovaný tak, že po jeho obvode sú vytvorené dva magnetické póly. Predpokladáme, že vinutia sú identické. Elektromagnetický moment je vytváraný vzájomnou interakciou medzi statorovým prúdom a rotorovým magnetickým poľom. Elektromagnetický moment je určený časovým priebehom statorového prúdu a elektromotorickým napätím indukovaným od premenlivého magnetického toku rotora.

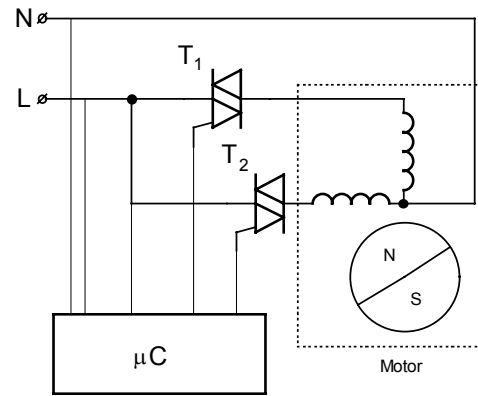


Obr. 2 Rez motorom
Fig. 2 Cross-sectional view

Priebeh statorového indukovaného napätia jednotlivých fáz má harmonický priebeh. Matematicky je možná jeho náhrada sinusovou, resp. kosinusovou funkciou.

3. TRIAKOVÝ MENIČ

Pre vytvorenie dvojfázového napájacieho systému napätí je pre jednoduchosť a veľmi nízke zaobstarávacie náklady použitý najjednoduchší triakový menič. Tento pozostáva v z dvoch triakov, po jednom v každej fáze, tak, ako je to uvedené na obrázku 3. Triaky sú riadené z mikropočítačového čipu, ktorý je synchronizovaný na vstupné napájacie napätie. Triak zabezpečí frekvenčný rozbeh tak, že zo sinusovky vstupného napájacieho napätia sú vybrané polvlny napätia, aby sa vytvorilo frekvenčne premenlivé po frekvenčných skokoch sa meniace napätie.



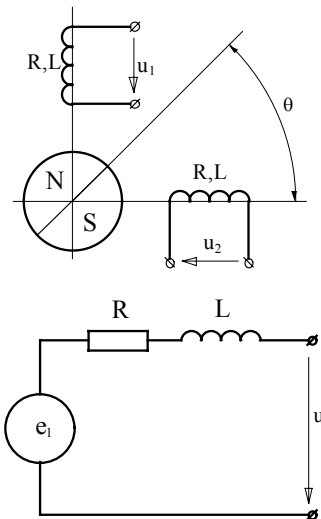
Obr. 3 Triakový menič
Fig. 3 Triacs converter

Pretože záťažový moment pumpy v oblasti malých rýchlostí je minimálny, pre rozbeh nie je potrebný veľký dynamický moment.

4. MATEMATICKÝ MODEL MOTORA

Matematický popis dvojfázového synchronného motora je oveľa jednoduchší, ako trojfázového s ohľadom na fakt, že vinutia sú ortogonálne, a tým magneticky od seba nezávislé. Matematicky popis sa zúži na jednofázovú verziu.

Na obrázku 4 je uvedená jednofázová náhradná schéma motora takéhoto motora.



Obr. 4 Jednofázová náhradná schéma
Fig. 4 Per-phase equivalent circuit

Predpokladáme, že vinutia sú identické a magneticky symetrické. Okamžitá hodnota príkonu je vyjadrená vzťahom:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 \quad (1)$$

Tento pozostáva z troch častí:

$$p = p_j + p_m + p_e \quad (2)$$

Kde:

$p_j = R(i_1^2 + i_2^2)$ - predstavuje straty v statorovom vinutí;

$p_m = L \left(i_1 \frac{di_1}{dt} + i_2 \frac{di_2}{dt} \right)$ - predstavuje jalový výkon;

$p_e = e_1 i_1 + e_2 i_2$ - predstavuje elektrický výkon stroja; Konštanty R, L sú odpor statorového vinutia, resp. synchronna indukčnosť.

Elektromagnetický moment stroja je možné určiť z elektrického výkonu a rýchlosti motora podľa vzťahu:

$$m = \frac{P_e}{\omega} = \frac{e_1 i_1 + e_2 i_2}{\omega} \quad (3)$$

Pre výpočet okamžitej hodnoty momentu stroja je potrebné vypočítať priebehy okamžitých hodnôt fázových prúdov. Tieto je možné určiť z napäťových rovníc stroja:

$$u_1 = Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} + e_1 \quad (4)$$

$$u_2 = Ri_2 + L \frac{di_2}{dt} + e_2$$

V ustálenom stave je možné pokladať rýchlosť motora za konštantu. Riešenie rovníc sa zjednoduší, ak nahradíme čas napäťových rovniciach (4) polohou rotora. Napäťové rovnice v tomto prípade nadobudnú tvar:

$$u_1 = Ri_1 + L\omega \frac{di_1}{d\theta} + e_1 \quad (5)$$

$$u_2 = Ri_2 + L\omega \frac{di_2}{d\theta} + e_2$$

Kde: θ je uhol polohy rotora.

Vnútorne indukované napätia jednotlivých fáz sú harmonické funkcie a matematicky je ich možné vyjadriť:

$$\begin{aligned} e_1 &= E \cdot \sin(\theta - \gamma) \\ e_2 &= -E \cdot \cos(\theta - \gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

Kde: E je maximálna hodnota indukovaného napätia.

5. PRIEBEHY VÝSTUPNÝCH NAPÄTÍ Z MENIČA

Predpokladáme, že triaky sú ideálne spínače. V ustálenom stave je triak $T1$ plne otvorený. Na fázu 1 je pripojené plné sieťové napätie. Triak $T1$ plní funkciu meniča len počas rozbehu. Predpokladáme, že napájacie napätie je harmonické, takže môže byť vyjadrené vzťahom:

$$u_1 = U_m \cdot \sin \theta \quad (7)$$

Kde: $\theta = \omega t$ je uhol vyjadrujúci polohy rotora motora. U_m je maximálna hodnota napätia siete.

Naproti tomu triak $T2$ je v ustálenom režime napol otvorený. $T2$ pracuje s uhlom fázového riadenia $\alpha \approx 90^\circ$. Pripojené napätie nadobúda hodnoty:

$$u_2 = \begin{cases} 0 & \text{pre } \beta - \pi \leq \theta \leq \alpha \\ u & \text{pre } \alpha \geq \theta \geq \beta \end{cases} \quad (8)$$

Kde: β je uhol vypnutia triaku.

Tvar napätia u_2 môžeme matematicky vyjadriť pomocou Fourierovho rozvoja v tvare:

$$u_2 = U_m \left\{ a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta + \sum_{k=2}^{\infty} [a_k \cos(k\theta) + b_k \sin(k\theta)] \right\} \quad (9)$$

Kde koeficienty Fourierovho radu je možné vypočítať:

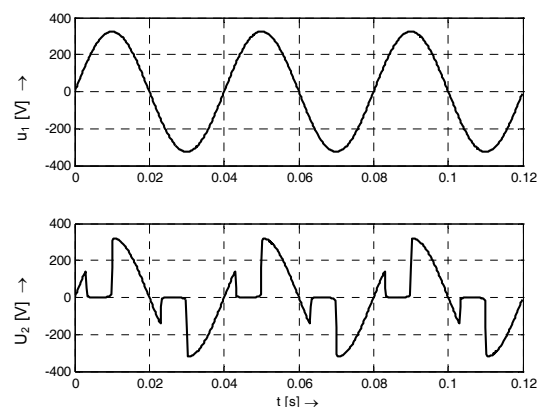
$$a_1 = \frac{1}{\pi} (\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} (\beta - \alpha - \sin \beta \cos \beta + \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$a_k = \frac{1 + (-1)^{k+1}}{2\pi} \left\{ \frac{1}{1-k} [\cos(1-k)\alpha - \cos(1-k)\beta] + \frac{1}{1+k} [\cos(1+k)\alpha - \cos(1+k)\beta] \right\}$$

$$b_k = \frac{1 + (-1)^{k+1}}{2\pi} \left\{ \frac{1}{1-k} [\sin(1-k)\beta - \sin(1-k)\alpha] - \frac{1}{1+k} [\sin(1+k)\beta - \sin(1+k)\alpha] \right\}$$

Na obrázku 5 sú znázornené priebehy napájacích napätí jednotlivých fáz. Priebehy sú vypočítané pomocou uvedených analytických formlí.



Obr. 5 Priebehy fázových napätí
Fig. 5 Phase voltage waveform

6. VÝPOČET PRÚDOV A MOMENTOV

Priebehy veličín motora boli vypočítané na základe nameraných veličín dvojfázového synchronného motora výkonu $P = 80W$, napájaného z jednofázovej elektrickej siete $U = 230V / 50Hz$.

Pri výpočtoch boli použité nasledovné parametre:

$$E = 160V \text{ pri } 3000 \text{ ot} / \text{min}, L = 0,46H, R = 80\Omega$$

Vlastnosti prvej fázy

Prvá fáza je napájaná plným napätím. Pre elektrický obvod fázy platí napäťová rovnica:

$$u_1 = R i_1 + \omega L \frac{di_1}{d\theta} + e_1 \tag{10}$$

Analytickým riešením diferenciálnej rovnice dostávame výraz pre fázový prúd:

$$i_1 = \frac{U - E \cdot \cos \gamma}{R^2 + L^2 \omega^2} (R \sin \theta - L \omega \cos \theta) + \frac{E \cdot \sin \gamma}{R^2 + L^2 \omega^2} (R \cos \theta + L \omega \sin \theta) + C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta} \tag{11}$$

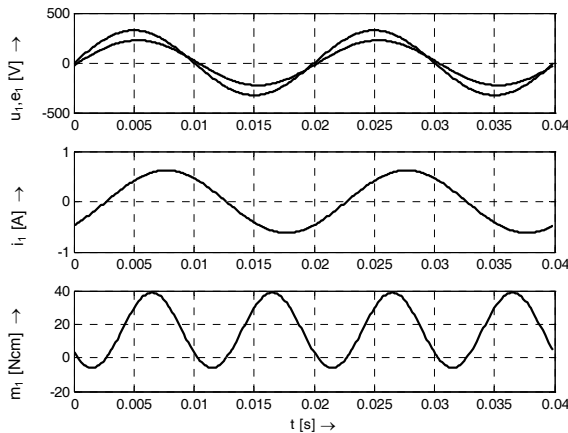
V ustálenom režime je integračná konštanta:

$$C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta} = 0.$$

Okamžitá hodnota momentu prvej fázy sa vypočíta na základe priebehu prúdu a indukovaného napätia podľa vzťahu:

$$m_1 = \frac{e_1 i_1}{\omega} \tag{12}$$

Na obrázku 6 sú uvedené priebehy okamžitých hodnôt veličín prvej fázy.



Obr. 6 Vypočítané hodnoty prvej fázy
Fig. 6 Calculated quantities of the first phase

Vlastnosti druhej fázy

Triak druhej fázy pracuje suhlo fázového riadenia $\alpha \approx 90^\circ$. Uhol vypnutia triaku závisí od momentu, keď fázový prúd poklesne na nulu. Indukované napätie fázy a napájacie napätie sú v elektrickom obvode len počas vedenia triaka, to je v intervale vedenia $\langle \alpha, \beta \rangle$. Priebeh indukovaného napätia počas intervalu $\langle \alpha, \beta \rangle$ je možné taktiež vyjadriť Fourierovým rozvojom v tvare:

$$e_2 = -E \left\{ a_{i1} \cos \theta + b_{i1} \sin \theta + \sum_{k=2}^{\infty} [a_{ki} \cos(k\theta) + b_{ki} \sin(k\theta)] \right\} \tag{13}$$

Kde koeficienty rozvoja sú dané výrazmi:

$$a_{i1} = \frac{1}{2\pi} [\sin(2\beta - \gamma) - \sin(2\alpha - \gamma) + 2(\beta - \alpha) \cos \gamma]$$

$$b_{i1} = \frac{1}{2\pi} [\cos(2\alpha - \gamma) - \cos(2\beta - \gamma) + 2(\beta - \alpha) \sin \gamma]$$

$$a_{ki} = \frac{1 + (-1)^{k+1}}{2\pi} \left\{ \frac{1}{1+k} \left[\frac{\sin((1+k)\beta - \gamma)}{\sin((1+k)\alpha - \gamma)} \right] + \frac{1}{1-k} \left[\frac{\sin((1-k)\beta - \gamma)}{\sin((1-k)\alpha - \gamma)} \right] \right\}$$

$$b_{ki} = \frac{1 + (-1)^{k+1}}{2\pi} \left\{ \frac{1}{1+k} \left[\frac{\cos((1+k)\alpha - \gamma)}{\cos((1+k)\beta - \gamma)} \right] + \frac{1}{1-k} \left[\frac{\cos((1-k)\beta - \gamma)}{\cos((1-k)\alpha - \gamma)} \right] \right\}$$

Pre elektrický obvod druhej fázy platí napäťová diferenciálna rovnica:

$$u_2 = R i_2 + \omega L \frac{di_2}{d\theta} + e_2 \tag{14}$$

Jej analytickým riešením dostávame výraz pre fázový prúd:

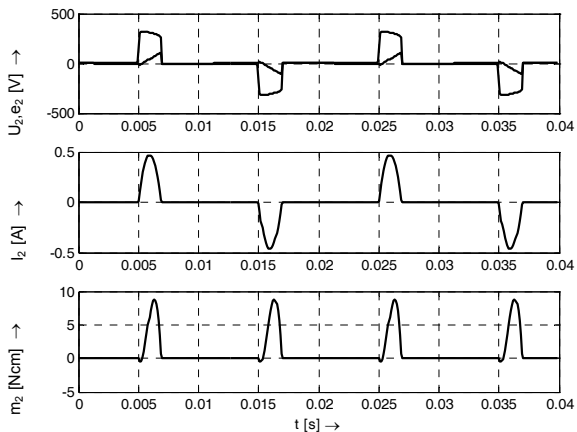
$$i_2 = \frac{\omega L}{(\omega L)^2 + R^2} \left[\begin{aligned} &(a_1 U_m + a_{i1} E) \left(\frac{R}{\omega L} \cos \theta + \sin \theta \right) + \\ &(b_1 U_m + b_{i1} E) \left(\frac{R}{\omega L} \sin \theta - \cos \theta \right) \end{aligned} \right]$$

$$+ \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\omega L}{(k\omega L)^2 + R^2} \left[\begin{aligned} &(a_k U_m + a_{ki} E) \left(\frac{R}{\omega L} \cos k\theta + k \cdot \sin k\theta \right) + \\ &(b_k U_m + b_{ki} E) \left(\frac{R}{\omega L} \sin k\theta - k \cdot \cos k\theta \right) \end{aligned} \right]$$

$$+ C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta} \tag{15}$$

V ustálenom stave je integračná konštanta

$$C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta} = 0.$$



Obr. 7 Vypočítané hodnoty druhej fázy
Fig. 7 Calculated quantities of the second phase

Okamžitá hodnota momentu druhej fázy je daná výrazom:

$$m_2 = \frac{e_2 i_2}{\omega} \quad (15)$$

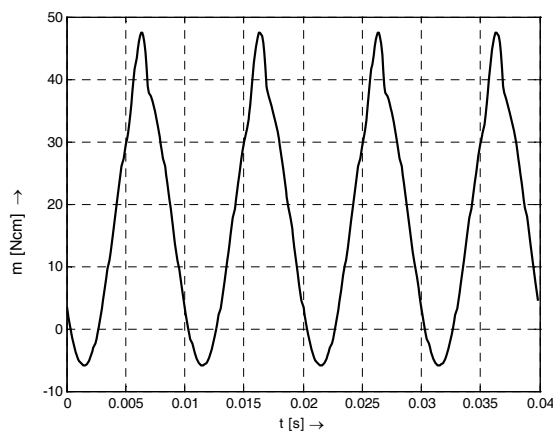
Na obrázku 7 sú uvedené priebehy okamžitých hodnôt veličín druhej fázy.

Uhol vypnutia triaka β musí byť vypočítaný z rovnice (15) numericky dosadením $i_2 = 0$.

7. VÝPOČET CELKOVÉHO MOMENTU MOTORA

Celkový elektromagnetický moment motora je daný algebraickým súčtom momentov jednotlivých fáz:

$$m = m_1 + m_2 \quad (16)$$



Obr. 8 Priebeh celkového momentu motora
Fig. 8 Total torque waveform of the motor

Z priebehu uvedenom na obrázku 8 je zjavné, že priebeh elektromagnetického momentu je veľmi zvlhnený. Druhá fáza prispieva k celkovému momentu stroja len veľmi málo. Prúd druhej fázy je silno vytláčaný rotorovým indukovaným napätím do oblasti prerušovaných prúdov. Uhol vedenia triaku je menší ako $\pi/2$.

8. ZÁVER

V predkladanom príspevku je uvedená metodika výpočtu priebehov prúdov a momentov dvojfázového synchronného motora s permanentným magnetom na rotore. Analytický výpočet priebehov veličín stroja dáva možnosť predvídať správanie sa motora ustálenom stave. Je možné predpokladať, že pri uvedenom zvlhnení elektromagnetického momentu sa motor bude prejavovať zvýšeným hlukom.

Z vypočítaných priebehov jednoznačne vyplýva, že momentový príspevok druhej fázy k celkovému momentu je zanedbateľný. Určitým riešením sa zdá byť nesymetria jednotlivých fáz, to znamená vinutia s rôznym počtom závitov, prípadne iný uhol

otvorenia triakov. Všetky iné riešenia vedú ku komplikovanejšiemu napájacím zdrojom, čo sa jednoznačne odrazí na cene celkového zariadenia.

POĎAKOVANIE

Autori vyjadrujú vďačnosť Grantovej agentúre Slovenskej republiky s ktorej finančným príspevkom predkladaná práca vznikla. Problematika bola riešená v rámci výskumnej úlohy VEGA 1/2178/05.

LITERATÚRA

- [1] Záskalický P., Záskalická M.: *Torque Ripples Calculation of the Two-phase Permanent Magnet Synchronous Motor Supplied by a Triac Converter from Single-phase Voltage*; Proc. of EPE-PEMS 2004 Conference, 2-4 September 2004, Vol. 3 of 7, pp. 196-199. Riga, Latvia.
- [2] Hájek V., Kuchyňková H.: *Losses Analysis and Efficiency Optimization of the Automotive Electric Machines*; 14th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, 3-5 October 2001 High Tatras, Slovakia.
- [3] Michalík J., Šimko M., Šebök M., Chupáč, M.: *Diagnostics of Electric Machines*; Conf. ELEKTRO'97 23.- 24.6.1997, pp.101-104, University of Žilina, Žilina, Slovakia.
- [4] Schreier L., Chomát M., Doležal I.: *Effect of machine geometry on higher harmonics content in air-gap magnetic field of synchronous reluctance machine*. Scientific Letters of Silesian University of Technology, z.176, pp.259-266, 2001, Gliwice, Poland.

BIOGRAPHY

Pavel Záskalický, born on 1949 in Liptovský Mikuláš. He is graduated in Electrical Engineering on Technical University of Košice in 1974. He received Ph.D. degree in 1985. He is worked as a lecturer on Technical University of Sidi-Bel - Abbes, Algiers in 1989-1991. 1991-1995 he spend at Polytechnic Institute Nancy, France. Since 1995 he has been an Associate Professor. He works on Department of Electric drives and Mechatronics of Technical University of Košice. His professional area concerns the analysis of electrical machines, mainly of reluctance motors and permanent magnet motors.

Mária Záskalická, born on 1950 in Vranov nad Topľou. She is graduated in Mathematics and Physics on P.J.Šafárik University of Košice in 1974. She works on Department of Applied Mathematics of Technical University of Košice. Her professional area is Fourier series and analytical methods in technical problems solutions.